

# ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

## Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

## АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

### Формули скороченого множення

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

### Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0, \\ -a, & \text{якщо } a < 0 \end{cases}$$

### Степені

$$a^1 = a, a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ разів}} \text{ для } a \in R, n \in N, n \geq 2$$

$$a^0 = 1, \text{ де } a \neq 0 \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ для } a \neq 0, n \in N$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, a > 0, m \in Z, n \in N, n \geq 2$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

### Квадратне рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac \text{ - дискримінант}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \text{ якщо } D > 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}, \text{ якщо } D = 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

### Логарифми

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, k \neq 0$$

$$a^{\log_a b} = b \quad \log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

### Арифметична прогресія

$$a_n = a_1 + d(n - 1) \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

### Геометрична прогресія

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$$

### Теорія ймовірностей

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

### Комбінаторика

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n! \quad C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \quad A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

## Похідна функції

$C, a$  – сталі

$$(C)' = 0$$

$$x' = 1$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(u - v)' = u' - v'$$

$$(Cu)' = Cu'$$

## Первісна функції та визначений інтеграл

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$ , $C$ – довільна стала
0	$C$
1	$x + C$
$x^a, a \neq -1$	$\frac{x^{a+1}}{a+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln  x  + C$
$e^x$	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) - \text{формула Ньютона-Лейбніца}$$

## Тригонометрія

$$\sin \alpha = y_a \quad \cos \alpha = x_a \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

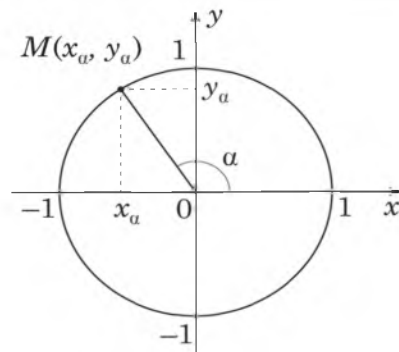
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha \quad \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

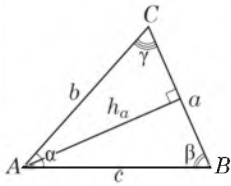


Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

$\alpha$	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
	град	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

Трикутники

Довільний трикутник



$$p = \frac{a+b+c}{2} \quad \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

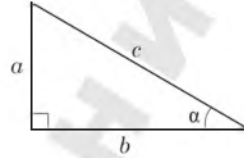
$R$  – радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABC$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a \quad S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Прямокутний трикутник

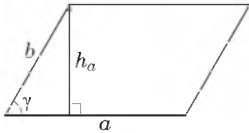
$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (теорема Піфагора)}$$

$$\frac{b}{c} = \cos \alpha \quad \frac{a}{c} = \sin \alpha \quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$$



Чотирикутники

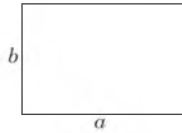
Паралелограм



$$S = ab \sin \gamma$$

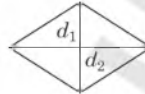
$$S = ah_a$$

Прямокутник



$$S = ab$$

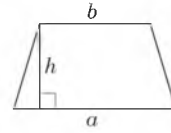
Ромб



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2,$$

$d_1, d_2$  – діагоналі ромба

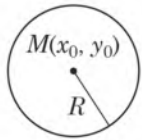
Трапеція



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h,$$

$a$  і  $b$  – основи трапеції

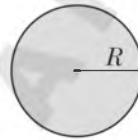
Коло



$$L = 2\pi R$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

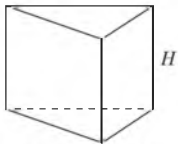
Круг



$$S = \pi R^2$$

Об'ємні фігури та тіла

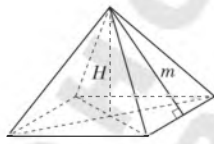
Пряма призма



$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = P_{\text{осн}} \cdot H$$

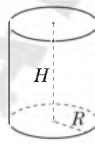
Правильна піраміда



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot m$$

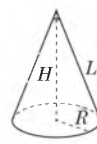
Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_6 = 2\pi R H$$

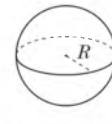
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_6 = \pi R L$$

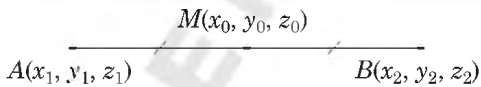
Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

Координати та вектори



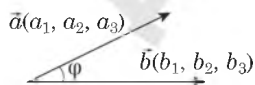
$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$\vec{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi$$